

Ministerul Educației, Cercetării și Tineretului
Centrul Național pentru Curriculum și Evaluare în Învățământul Preuniversitar

SUBIECTUL III (30p) – Varianta 076

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}$.

5p a) Să se arate că graficul funcției f admite asimptotă orizontală spre $+\infty$.

5p b) Să se studieze monotonia funcției f .

5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{f(1) + f(2) + \dots + f(n)}{n} \right)^n$.

2. Se consideră șirul $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_0^1 x^n \sqrt{1-x^2} dx$.

5p a) Să se calculeze I_1 .

5p b) Să se arate că $(n+2)I_n = (n-1)I_{n-2}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$.

5p c) Să se calculeze $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.