Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

I. Thema (30 Punkte)

5p **1.** Zeige, dass $3(2+4i)+2(1-6i)=8$.

5p **2.** Zeige, dass die Parabel, die der Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+2x+1$ entspricht, tangent an die Ox Achse ist.

5p **3.** Löse in der Menge der reellen Zahlen die Gleichung $5^{x^2+4}=5^{4x}$.

5p **4.** Wie viele zweistellige, natürliche Zahlen mit verschiedenen Ziffern, kann man mit den Ziffern 1, 3, 5 und 7 bilden.

5p **5.** Gegeben sind die Punkte $A(-2,2)$, $B(-4,-2)$ und $C(4,2)$ im kartesischen Koordinatensystem xOy. Bestimme die Gleichung der Geraden d, die durch A geht und senkrecht auf die Gerade BC steht.

5p **6.** Zeige, dass $\sin\frac{\pi}{4}+\cos\frac{3\pi}{4}=0$.

II. Thema (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Matrix $A(n)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 2^n & 0\\ 0 & 2^n-1 & 1\end{pmatrix}$, wobei n eine natürliche Zahl ist.

5p **a)** Zeige, dass $\det(A(0))=1$.

5p **b)** Bestimme die natürliche Zahl n, wenn $A(n)\cdot A(1)=A(3)$.

5p **c)** Bestimme die natürlichen Zahlen p und q, wenn $A(p)\cdot A(q)=A(pq)$.

2. Gegeben ist das Polynom $f=X^3+X^2-3X+2$.

5p **a)** Berechne $f(0)$.

5p **b)** Bestimme den Rest und den Quotienten der Division des Polynoms f durch X^2-4.

5p **c)** Zeige, dass $(x_1-x_2)^2+(x_2-x_3)^2+(x_3-x_1)^2=20$, wenn x_1, x_2 und x_3 die Wurzeln von f sind.

III. Thema (30 Punkte)

1. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3x+e^x$.

5p **a)** Berechne $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Bestimme die Gleichung der schiefen Asymptoten gegen $-\infty$ an das Schaubild der Funktion f.

5p **c)** Zeige, dass $f(x)\geq 4x+1$ für jede reelle Zahl x.

2. Gegeben ist die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^3}{x^2+x+1}$.

5p **a)** Zeige, dass $\int_0^1 (x^2+x+1)f(x)\,dx=\frac{1}{4}$.

5p **b)** Zeige, dass $\int_0^1 (f(x)-x+1)\,dx=\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$.

5p **c)** Zeige, dass $\lim_{t\to 0}\left(\frac{1}{t^4}\cdot\int_0^t f(x)\,dx\right)=\frac{1}{4}$.