

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1. $f_{\min} = \frac{-\Delta}{4a}$ (3p) $f_{\min} = -3$ (2p)
2. $i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1$ (3p) Finalizare $1+i+i^2+i^3+\dots+i^{10}=i$ (2p)
3. $P = \frac{\text{nr.cazurifavorabile}}{\text{nr.cazuriposibile}}$ (3p) $P = \frac{1}{15}$ (2p)
4. $D = (1, \infty)$ (2p) $x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow x_1 = 4 \in D, x_2 = -3 \notin D \Rightarrow S = \{4\}$ (3p)
5. $\left. \begin{array}{l} m_d = -1; m_d \cdot m_{\perp} = -1 \Rightarrow m_{\perp} = 1(2p) \\ y - y_0 = m(x - x_0)(2p) \end{array} \right\} \Rightarrow x - y + 1 = 0(1p)$
6. $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right) \Rightarrow \cos \alpha < 0$ (2p) $\cos \alpha = \frac{-2\sqrt{2}}{3}$ (2p) $\text{tg } \alpha = \frac{-\sqrt{2}}{4}$ (1p)

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. a) $A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (2p) $A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ (2p) Finalizare $A^3 - A = A^2 - I_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (1p)
- b) Inducție matematică, verificare pentru $n=3$ adevărat conform pct. a) (2p) Finalizare (3p)
- c) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ (3p) suma elementelor matricei A^{-1} este 2 (2p)
2. a) $\exists e \in R : x \circ e = e \circ x = x, \forall x \in R$ (2p) $e = -1 \in R$ (3p)
- b) $(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z), \forall x, y, z \in R$ (2p) $a = 1$ (3p)
- c) $4^x - 2^x - 20 = 0$ $2^x = t > 0$ (2p) $t_1 = 5 > 0, t_2 = -4 < 0 \Rightarrow x = \log_2 5$ (3p)

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. a) $(x \ln x)' = \ln x + 1$ (2p) Finalizare (3p)
- b) $f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{e}$ (2p) Tabel de variație (2p) $f\left(\frac{1}{e}\right) = e^{-\frac{1}{e}}$ (1p)
- c) $f''(x) = f(x) \left[(1 + \ln x)^2 + \frac{1}{x} \right]$ (2p), $f''(x) > 0, \forall x > 0$ (2p) $\Rightarrow f$ convexă pe $(0, \infty)$ (1p)

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CLUJ

2. a) f este continuă pe $R \setminus \{0\}$ fiind compusă din funcții elementare (2p)

$$l_s(0) = l_d(0) = f(0) \Rightarrow f \text{ continuă în } x = 0 \quad (2p) \quad \text{deci } f \text{ admite primitive pe } R \quad (1p)$$

$$b) \quad F(1) = 3 - e \Rightarrow F(x) = \begin{cases} \frac{5}{2}x^2 + 3x - 4, & x \leq 0 \\ 2x^2 - e^x + 4x - 3, & x < 0 \end{cases} \quad (5p)$$

$$c) \quad G'(x) = g(x)(2p) \Rightarrow a = 1, b = 0, c = \frac{1}{3} \quad (3p)$$