

I. 1.  $10 \cdot 2 - 20 = 0$

2.  $\frac{a}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6$

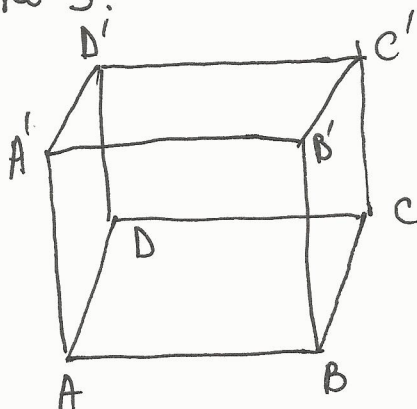
3. Cel mai mare număr natural care aparține intervalului  $[1, 5]$  este 5.

4. Perimetrul pătratului ABCD este  $4 \times 6 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$ .

5. Întrucât ABCDEFGH este cub, ABFE este pătrat. Deci unghiul format de dreptele AB și BF are  $90^\circ$ .

6. Conform diagramei, numărul elevilor care au obținut nota 10 este 3.

II. 1.



2. Multiplii numărului 40 sunt  $1 \cdot 40 = 40, 2 \cdot 40 = 80, 3 \cdot 40 = 120, \dots$

Dintre acestea, cei care au două cifre sunt 40 și 80.

Media lor aritmetică este  $\frac{40 + 80}{2} = 60$ .

3. Notăm  $S$  suma totală cheltuită în cele două zile. ~~Ștuterea~~

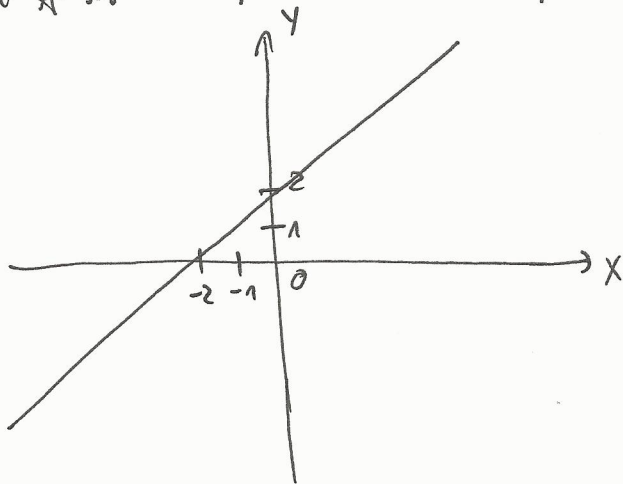
~~este~~ Întrucât în prima zi a cheltuit  $30\%$  din suma  $S$ , rezultă că în a doua zi a cheltuit  $S - 30\% S = S - \frac{30}{100} S = 70\% S$ .

Ștuterea este  $70\% S = 35 \text{ lei}$ , adică  $\frac{70}{100} S = 35 \text{ lei}$ . Rezultă  $S = \frac{100 \cdot 35 \text{ lei}}{70} = 50 \text{ lei}$ .

Suma cheltuită în prima zi este  $50 \text{ lei} - 35 \text{ lei} = 15 \text{ lei}$ .

$$4. a) f(-2) = -2 + 2 = 0$$

b) Funcția  $f$  este liniară. Întrucât  $f(-2) = 0$  și  $f(0) = 2$ , graficul funcției  $f$  este dreapta care trece prin punctele  $(-2, 0)$  și  $(0, 2)$ :



$$5. E(x) = \frac{x^2 - 49}{x^2 - 7x} - \frac{2x + 7}{x^2 + x} : \frac{1}{x + 1} = \frac{x^2 - 49}{x^2 - 7x} - \frac{2x + 7}{x^2 + x} \cdot \frac{x + 1}{1} =$$

$$= \frac{\cancel{(x - 7)}(x + 7)}{x \cancel{(x - 7)}} - \frac{(2x + 7)\cancel{(x + 1)}}{x \cancel{(x + 1)}} = \frac{x + 7}{x} - \frac{2x + 7}{x} = \frac{x + 7 - 2x - 7}{x}$$

$$= \frac{-x}{x} = -1.$$

III. 1.a) Aria dreptunghiului ABCD este

$$AB \cdot AD = 150 \text{ m} \cdot 100 \text{ m} = 15000 \text{ m}^2 = 1,5 \text{ ha}$$

b. Întrucât M este mijlocul laturii AD,  $MD = \frac{AD}{2} = 50 \text{ m}$

Pentru a calcula NC, observăm că  $DN + NC = DC = 150 \text{ m}$  și, din ipoteză,  $DN = 2NC$ . Rezultă  $3NC = 150 \text{ m}$ , adică  $NC = 50 \text{ m}$ .

Rezultă  $DN = 2NC = 100 \text{ m}$ .

Triunghiurile MDN și NCB sunt congruente cău

$$\left\{ \begin{array}{l} MD = NC = 50 \text{ m} \\ DN = CB = 100 \text{ m} \\ \widehat{MDN} \text{ și } \widehat{NCB} \text{ au } 90^\circ \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} DN = CB = 100 \text{ m} \\ \widehat{MDN} \text{ și } \widehat{NCB} \text{ au } 90^\circ \end{array} \right.$$

Rezultă  $MN = NB$ , adică triunghiul MNB este isoscel.

Rezultă  $MN = NB$ , adică triunghiul MNB este isoscel.

C. Avem  $\widehat{DNM} + \widehat{MNB} + \widehat{BNC} = 180^\circ$ . Rezultă

$$\widehat{MNB} = 180^\circ - (\widehat{DNM} + \widehat{BNC}).$$

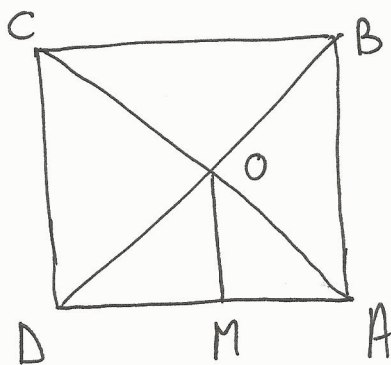
Am văzut că triunghiurile  $MDN$  și  $NCB$  sunt congruente. Rezultă  $\widehat{BNC} = \widehat{DMN}$ .

$$\text{Rezultă } \widehat{MNB} = 180^\circ - (\widehat{DNM} + \widehat{DMN}).$$

Dar suma unghiurilor în triunghiul  $DMN$  este  $180^\circ$ . Rezultă

$$\widehat{MNB} = \widehat{MDN} = 90^\circ.$$

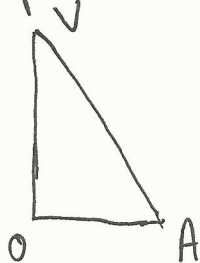
2. a) Notăm  $O$  intersecția dreptelor  $AC$  și  $BD$ .



Triunghiul  $AOB$  este dreptunghic isoscel, deci  $AB = AO \cdot \sqrt{2}$ .

$$\text{Rezultă } AO = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{6 \text{ dm}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \text{ dm}.$$

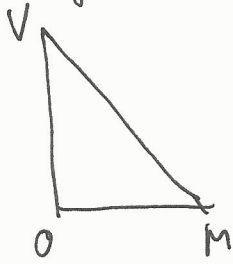
Triunghiul  $VOA$  este dreptunghic



$$\begin{aligned} \text{Rezultă } VA^2 &= OA^2 + VO^2 \Rightarrow VO^2 = VA^2 - OA^2 = (3\sqrt{5} \text{ dm})^2 \\ &- (3\sqrt{2} \text{ dm})^2 = 45 \text{ dm}^2 - 18 \text{ dm}^2 = 27 \text{ dm}^2. \end{aligned}$$

Triunghiul  $DOA$  este dreptunghic isoscel, deci  $OM = DA \cdot \frac{1}{2} = \frac{AB}{2} = 3 \text{ dm}$ .

Triunghiul  $VOM$  este dreptunghiuc



$$\text{Rezultă } VM^2 = VO^2 + OM^2 = 27 \text{ dm}^2 + 9 \text{ dm}^2 = 36 \text{ dm}^2.$$

$$\text{Rezultă } VM = 6 \text{ dm}.$$

b) Piramida este regulată, deci suprafața sa laterală este de 4 ori suprafața triunghiului  $VDA$ .

Piramida este regulată, deci  $VD = VA$ . Întrucât  $M$  este mijlocul laturii  $DA$ , rezultă că  $VM$  este și înălțime în triunghiul  $VDA$ . Rezultă că aria triunghiului  $VDA$  este

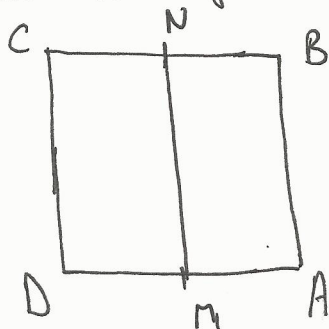
$$\frac{VM \cdot DA}{2} = \frac{6 \text{ dm} \cdot 6 \text{ dm}}{2} = 18 \text{ dm}^2.$$

Aria laterală a piramidei este deci  $4 \cdot 18 \text{ dm}^2 = 72 \text{ dm}^2$ .

Cantitatea de vopsea este

$$30 \frac{\text{grame}}{\text{dm}^2} \cdot 72 \text{ dm}^2 = 2160 \text{ grame} = 2,16 \text{ kg}.$$

c) Notăm  $N$  mijlocul laturii  $BC$



Dreapta  $AD$  este perpendiculară pe dreapta  $MN$ , căci  $MN$  este paralelă cu  $AB$ .

Dreapta AD este perpendiculară  $\hat{m}$  pe dreapta VM, căci am văzut că VM este înălțime în triunghiul VDA.

Rezultă că dreapta AD este perpendiculară pe planul (VMN).

Rezultă că planul format de dreptele AD și VM este perpendicular pe planul (VMN).

Rezultă în concluzie că planele (VDA) și (VMN) sunt perpendiculare. Aceeași demonstrație arată că planele (VBC) și (VMN) sunt perpendiculare.

Rezultă că unghiul dintre planele (VDA) și (VBC) este unghiul dintre dreptele

$$VM = (VDA) \cap (VMN)$$

$$VN = (VBC) \cap (VMN)$$

În triunghiul VMN avem

$$VM = 6 \text{ dm, conform punctului a)}$$

$$VN = 6 \text{ dm, cu aceeași demonstrație ca la punctul a)}$$

$$MN = AB = 6 \text{ dm.}$$

Rezultă că triunghiul VMN este echilateral, deci unghiul  $\widehat{MVN}$  are  $60^\circ$ , deci măsura sa este egală cu  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .