Examenul de bacalaureat naţional 2013
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Arătaţi că numărul $a=3(2+5i)-5(1+3i)$ este real.

5p **2.** Determinaţi coordonatele punctului de intersecţie cu axa Ox a graficului funcţiei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+10x+25$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_5\left(x^2+x+1\right)=\log_5(x+2)$.

5p **4.** După o ieftinire cu 10% preţul unui produs este 90 de lei. Calculaţi preţul produsului înainte de ieftinire.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră dreapta h de ecuație $y=x-1$ şi punctul $A(2,2)$. Determinaţi ecuaţia dreptei d care trece prin A şi este paralelă cu h.

5p **6.** Calculaţi cosinusul unghiului A al triunghiului ABC în care $AB=5$, $AC=6$ şi $BC=7$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Pentru fiecare număr real x se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1&1&0\\x&1&1\\1&-1&1\end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătaţi că $A(2)+A(6)=2A(4)$.

5p **b)** Determinaţi numărul real x pentru care $\det\left(A(x)\right)=0$.

5p **c)** Determinați inversa matricei $A(2)$.

2. Se consideră x_1, x_2 și x_3 rădăcinile complexe ale polinomului $f=X^3+X^2+mX+m$, unde m este un număr real.

5p **a)** Arătaţi că f este divizibil cu $X+1$, pentru orice număr real m.

5p **b)** Determinaţi numărul real m pentru care $x_1^2+x_2^2+x_3^2=11$.

5p **c)** Determinați valorile reale ale lui m știind că $|x_1|=|x_2|=|x_3|$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x-\ln x$.

5p **a)** Calculați $f'(x)$, $x\in(0,+\infty)$.

5p **b)** Determinaţi ecuaţia tangentei la graficul funcţiei f în punctul de abscisă $x_0=1$, situat pe graficul funcţiei f.

5p **c)** Demonstrați că $x\geq\ln x+1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x(x+1)(x-1)$.

5p **a)** Arătaţi că $\int_2^3\frac{f(x)}{x(x-1)}dx=\frac{7}{2}$.

5p **b)** Determinaţi primitiva $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ a funcţiei f ştiind că $F(1)=-1$.

5p **c)** Arătaţi că $\int_2^e\frac{f(x)\ln x}{x^2-1}dx=\frac{e^2}{4}-2\ln 2+1$.